練習問題で in.→ out.

写像#4 全射の定義の言い換え［練習問題］

1min.

1 写像 $f: X \to Y$ について、

（1）全射の定義の否定を述べよ．ただし、$\mathrm{Im}\, f \neq Y$ 以外にすること．

（2）単射の定義の否定を述べよ．

2 写像 $f: \mathbb{R}_{++} \ni x \longmapsto \log x \in \mathbb{R}$ を定めると、これが全射であることを示せ．ただし、$\mathbb{R}_{++} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ とする．

2 写像 $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ が任意の$n,\ m \in \mathbb{N}$ に対して $f(mn) = mf(n)$ を満たし、$f(1) = 1$ であるとする．このとき、f は全射であることを示せ．

4 写像 $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ が、任意の$a, b \in \mathbb{R}$ に対して、$f(a+b) = f(a) + f(b)$ を満たし、$f(x) = 0$ をみたす $x \in \mathbb{R}$ が $x = 0$ のみであるとする．このとき、以下の問いに答えよ．

（1）任意の$a \in \mathbb{R}$ に対して、$f(-a) = -f(a)$ を示せ．

（2）f が単射であることを示せ．