練習問題で in.→ out.

[線形代数連続講義] #4 和・差・スカラー倍

1min.

1 次の行列を計算せよ.

(1) $\begin{pmatrix}3&0\\4&-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4&0\\4&-4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&2\\-1&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&2\\7&-3\end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix}-1&1\\2&1\\5&-1\end{pmatrix}+3\cdot2\begin{pmatrix}1&5\\-2&0\\-3&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1\\2&1\\5&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&30\\-12&0\\-18&12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&31\\-10&1\\-13&11\end{pmatrix}$

(3) $-\begin{pmatrix}5&4&1\\0&3&1\\-1&2&1\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}-3&0&0\\-2&1&1\\2&-1&5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5&-4&-1\\0&-3&-1\\1&-2&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&0&0\\4&-2&-2\\-4&2&-10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-4&-1\\4&-5&-3\\-3&0&-11\end{pmatrix}$ //

2 次を証明せよ. (やや難)

(1) 任意の行列 A について、$A+(-A)=O$

$A=(a_{ij})$ とおくと. $-A=(-a_{ij})$ とかける為.

$A+(-A)=(a_{ij}+(-a_{ij}))=(0)=O$ 終

(2) 任意の行列 A と、実数 k,h について、$k(hA)=(kh)A$

$A=(a_{ij})$ とおくと. hA の (i,j) 成分は $h\,a_{ij}$ である為.

$k(hA)$ の (i,j) 成分は $k\cdot(ha_{ij})=kha_{ij}$ である.

また $(kh)A$ の (i,j) 成分は $(kh)a_{ij}=kha_{ij}$ である. ゆえに $k(hA)=(kh)A$ 終

(3) 型の同じ3つの行列 A,B,C に対して、$A+(B+C)=(A+B)+C$

$A=(a_{ij})$, $B=(b_{ij})$, $C=(c_{ij})$ とおく.

$A+B=(a_{ij}+b_{ij})$, $B+C=(b_{ij}+c_{ij})$ である為.

$A+(B+C)=(a_{ij}+(b_{ij}+c_{ij}))=((a_{ij}+b_{ij})+c_{ij})=(A+B)+C$ 終

3 次を満たす行列 X を求めよ. ただし、$A=\begin{pmatrix}-3&0&0\\-2&1&1\\2&-1&5\end{pmatrix}$ とし、E,O はそれぞれ適切な型の単位行列、ゼロ行列を表すものとする.

$\in 3\times3 \Rightarrow X,E,O:3\times3$

(1) $2X+A=X+O$

$X=O-A$

$=-A$ 即ち $X=\begin{pmatrix}3&0&0\\2&-1&-1\\-2&1&-5\end{pmatrix}$ //

(2) $X+3A=4X+E$

$3X=3A-E$

$X=A-\frac{1}{3}E$ 即ち

$X=\begin{pmatrix}-3&0&0\\-2&1&1\\2&-1&5\end{pmatrix}-\frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}-\frac{10}{3}&0&0\\-2&\frac{2}{3}&1\\2&-1&\frac{14}{3}\end{pmatrix}$ //