

[双曲線関数 #1] イントロダクション

1 次の双曲線関数の定義を述べよ。

$$(1) \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$(2) \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

2 次の等式を示せ。

$$(1) \tanh \frac{1}{2} = \frac{e-1}{e+1}$$

$$\begin{aligned} \text{proof} \\ \tanh \frac{1}{2} &= \frac{\sinh \frac{1}{2}}{\cosh \frac{1}{2}} \\ &= \frac{e^{\frac{1}{2}} - e^{-\frac{1}{2}}}{e^{\frac{1}{2}} + e^{-\frac{1}{2}}} \times \frac{e^{\frac{1}{2}}}{e^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{e-1}{e+1} \quad \square \end{aligned}$$

$$(2) \cosh(\log x) + \sinh(\log x) = x$$

$$\begin{aligned} \text{proof} \\ \cosh(\log x) + \sinh(\log x) &= \frac{e^{\log x} + e^{-\log x}}{2} + \frac{e^{\log x} - e^{-\log x}}{2} \\ &= \frac{e^{\log x} + \cancel{e^{-\log x}} + e^{\log x} - \cancel{e^{-\log x}}}{2} \\ &= \frac{2 \cdot e^{\log x}}{2} = e^{\log x} = x \end{aligned}$$

log の逆関数
がこれ!