

練習問題で in. → out.

[数学夏祭り 問3] 三角関数

lmin.

問 (数学夏祭り問3 <https://twitter.com/mathmatsuri/status/1301067339773902854?s=20>)

自然数 n に対して、 x の多項式 $T_n(x)$ で

$$\cos(n\theta) = T_n(\cos \theta)$$

が実数 θ によらず成立するもの考えることで、

$$K = \prod_{k=1}^{40} \cos\left(\frac{2k-1}{79} \pi\right)$$

を求め、 $[\lceil \log_2 |K| \rceil]$ を与えよ。

類題

(1) $T_n(x)$ の定数項を求めよ。

(2) $T_n(x)$ が $T_{n+2}(x) = 2xT_{n+1}(x) - T_n(x)$ を満たすことを示せ。

(3) n 次の係数は 2^{n-1} 、1 次の係数は n が偶数のとき 0 、 n が奇数のとき $(-1)^{\frac{n-1}{2}} n$ であることを証明せよ。