

関係 #1 [練習問題]

① 集合 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid -4 < x < -1\}$ について、

(1) 直積 $A \times B$ の要素数を求めよ。

$$3 \times 2 = 6$$

(2) 直積 $A \times B$ の要素をすべて書け。

$$(2, -3), (2, -2), (3, -3), (3, -2)$$

$$(4, -3), (4, -2)$$

② 集合 $A = \{\text{数学, 物理, 国語}\}$, $B = \{b \mid b \text{ は常用漢字}\}$ として、任意の $a \in A$ に対して、漢字 $b \in B$ が a に使

われているとき、 aRb とする。例えば、 $x = \text{国語} \in A$, $y = \text{語} \in B$ であれば、 xRy である。

(1) 数学 $\in A$ と関係のある B の要素をすべて書け。

数, 学 ($\in B$)

(2) この A から B への関係 R の要素をすべて書け。

(数学, 数), (数学, 学), (物理, 物), (物理, 理),
(国語, 国), (国語, 語)

③ 集合 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 10\}$ とするとき、 A から A への関係 R を

$$R = \{(a, b) \in A \times A \mid a < b\}$$

と定義する。

(1) $x = 6 \in A$ とするとき、 xRy を満たす y をすべて答えよ。

7, 8, 9, 10

(2) R の要素数を求めよ。

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$$

$$= 45$$

(3) $R = \{(a, b) \in A \times A \mid aRb\}$ とおくとき、 $R \cap R$ を求めよ。

$$R = \{(a, b) \in A \times A \mid (a, b) \in R\} = \{(a, b) \in A \times A \mid a \geq b\}$$

$$R = \{(a, b) \in A \times A \mid a < b\} \text{ 対して}$$

$$R \cap R = \emptyset \quad (\because a \geq b \text{ かつ } a < b \text{ なる } a, b \text{ は存在しない})$$