練習問題で in.→ out.

加法定理 part0［動機］

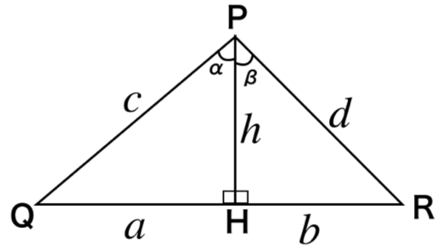
1min. → out.

Q 次の問題に答えて、知識をアウトプットしよう！！

問題

右下のような図があり、$0 < \alpha + \beta < 180^\circ$を満たしているとき、下の(1)〜(3)に答えよ.

(1) a, b, c, d をh と、α, βのいずれかを用いて表せ.



$$\frac{a}{h} = \tan\alpha \Leftrightarrow a = h\tan\alpha$$

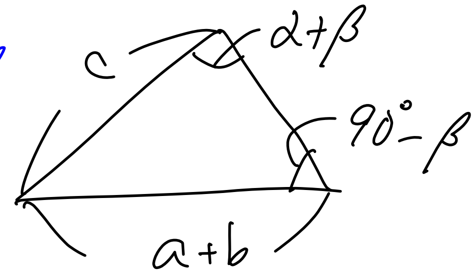
$$\frac{h}{c} = \cos\alpha \Leftrightarrow h = c\cos\alpha \Leftrightarrow c = \frac{h}{\cos\alpha}$$

$$\frac{b}{h} = \tan\beta \Leftrightarrow b = h\tan\beta$$

$$\frac{h}{d} = \cos\beta \Leftrightarrow h = d\cdot\cos\beta \Leftrightarrow d = \frac{h}{\cos\beta}$$

(2) $\sin(\alpha+\beta)$ を a, b, c とβ を用いて表せ.

△PQRで正弦定理を用いて



$$\frac{a+b}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{c}{\sin(90^\circ-\beta)} \quad \cos\beta$$

$$\frac{\sin(\alpha+\beta)}{a+b} = \frac{\cos\beta}{c}$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \frac{a+b}{c} \times \cos\beta \ /\!/$$

(3) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$（正弦の加法定理）を証明せよ.

(1)の結果を(2)の結果に適用する.

$$\sin(\alpha+\beta) = \frac{h\tan\alpha + h\tan\beta}{\frac{h}{\cos\alpha}} \times \cos\beta$$

$$\frac{h(\tan\alpha+\tan\beta)}{\frac{h}{\cos\alpha}} \times \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}$$

$$= \frac{\cancel{h}(\tan\alpha + \tan\beta)}{\cancel{h}} \times \cos\alpha\cos\beta$$

$$= (\tan\alpha + \tan\beta) \times \cos\alpha \cdot \cos\beta$$

$$= \left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\sin\beta}{\cos\beta}\right) \times \cos\alpha \cdot \cos\beta$$

$$= \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \ /\!/$$