

# 加法定理 part3 [証明(サイン)]

## 三角関数必須の公式：証明をマスター3！

### \* 証明しよう！

今回は正弦(サイン)の加法定理を証明するよ！ Part1, 2 で証明したコサインの加法定理や三角関数の性質を使うので、それらも必ず参照しよう！

[証明3]-----

証明1, 2 より、コサインの加法定理は次のように与えられることが示された。

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta \dots \textcircled{1}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta \dots \textcircled{2}$$

ここで、①式の $\alpha$ を $(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ と置き換えると、

$$\cos\left\{\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \beta\right\} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos\beta - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin\beta$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos\beta - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin\beta$$

$$\cos\left\{\frac{\pi}{2} - (\alpha - \beta)\right\} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos\beta - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin\beta$$

$\frac{\pi}{2} - \theta, 90^\circ - \theta$  の形  
→ sin は cos に  
cos は sin に  
変化することを利用！

三角関数の性質より  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta, \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$  だから

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$$

また、 $\beta$ を $-\beta$ と置き換えると、

$$\sin\{\alpha - (-\beta)\} = \sin\alpha \cos(-\beta) + \cos\alpha \sin(-\beta)$$

$\cos(-\beta) = \cos\beta, \sin(-\beta) = -\sin\beta$  より、

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha (-\sin\beta)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

(証明終)

と、こんな感じで証明ができた。なんか式をいじくっているだけで、なかなか理解しにくかったと思うので、三角関数の性質もイメージしながら、じっくりと理解しよう！

下にサインとコサインの加法定理をまとめておくよ。

[加法定理]

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$$

### 加法定理の覚え方

サイン：咲いたコスモス  
(符号一緒) コスモス咲いた

コサイン：コスモス コスモス  
(符号反対) 咲いた 咲いた

## 加法定理 part3 [証明(サイン)]

**Q** 次の問題に答えて、知識をアウトプットしよう！！

### 問題 1

次の三角比の値を求めよ.

(1)  $\sin 75^\circ$

(3)  $\sin 195^\circ$

(2)  $\sin \frac{1}{12}\pi$

(4)  $\sin \frac{35}{12}\pi$

### 問題 2

$\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ ,  $\tan \theta < 0$  のとき、 $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$  の値を求めよ.