このプリントは【基礎数学】向けだよ！

加法定理 part0［動機］

1min.

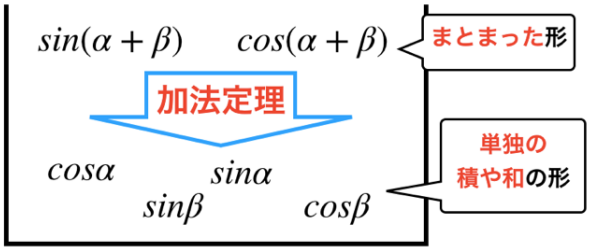
三角関数必須の公式・・・そもそも何？

1 なんで必要なの？

加法定理とは、簡単に言うと、$sin(\alpha+\beta)$とか、$cos(\alpha+\beta)$とかは、$sin\alpha, sin\beta, cos\alpha, cos\beta$で表せないかな？っていう公式だ（もちろん、sin/cos ＝ tan で,tan$(\alpha+\beta)$も表せる）。

よくありがちなミスが、$sin(\alpha+\beta)=sin\alpha+sin\beta$と単に分配してしまうことだが、それは絶対にダメ。そんな簡単にはいかない（だって、$sin90°=\sin(30°+60°)=sin30°+sin60°$ではないでしょ？）

加法定理のモチベーション



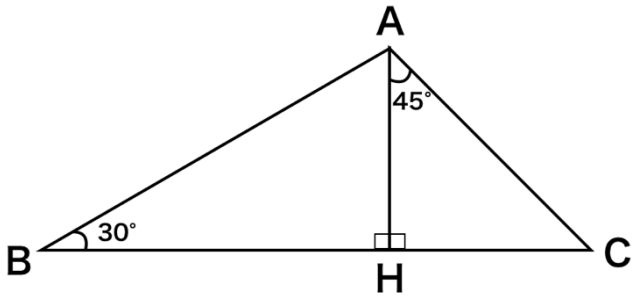
というわけで、$sin(\alpha+\beta)$とかはうまく表せないかな、という動機のもとに生まれたのが、加法定理なのである（加法定理を使えば、$tan75°$の値とかも一瞬で導けるようになる！）。

2 そもそもあるの？

でも、そもそも、そんな便利な公式ってあるのだろうか？　まあ、紹介するぐらいだからあるのだけど、「ありそうだ」と言う実感を持つために、次の問題を見てみよう。

［問題］

右の図で AH＝1 とすることで、sin105°、cos105° の値を求めよ。



ここで、実際に解くことはしないが、この問題を解く際には$\angle BAC=45°+60°=105°$に注目している。つまり、簡単に言えば、$\sin105°=\sin(45°+60°)$と考えて、”図形的に”解いているのと同じことだ。（out.の練習問題では、図形的にサインの加法定理を証明するよ！）

それを、”代数的に（文字式だけで）”処理しようとしたのが、加法定理なのである！

とりあえず、定理だけ、下に記そう。別記事の証明方法も必ずマスターしよう！

［定理］

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$
$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$
$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$$

【練習問題で in.→out.】次のページへ

練習問題で in.→ out.

加法定理 part0［動機］

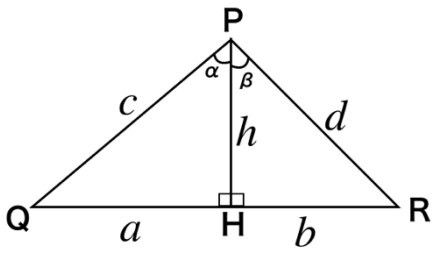
1min. out.

次の問題に答えて、知識をアウトプットしよう！！

問題

右下のような図があり、$0<\alpha+\beta<180°$を満たしているとき、下の(1)～(3)に答えよ.

(1) a,b,c,d をh と、α,βのいずれかを用いて表せ.



(2) $\sin(\alpha+\beta)$ を a,b,c とβ を用いて表せ.

(3) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$（正弦の加法定理）を証明せよ.