練習問題で in.→ out.

二次関数と二次方程式

1min. out.

Q 次の問題に答えて、知識をアウトプットしよう！！

問題

次の二次関数のグラフと X 軸との共有点の個数を調べよ．また、あれば、その座標を答えよ．

(1) $y = x^2 - 2x - 3$

判別式 $D/4 = 1 - 1\cdot(-3) = 1+3$
$= 4 > 0$ より．

共有点 2個

$y = (x-3)(x+1)$ より $(3,0), (-1,0)$

因数分解して、$y=0$ になるような x の値を見つける！

(2) $y = -x^2 - 2x - 1$

$D/4 = 1 - (-1)\cdot(-1) = 1 - 1 = 0$ より．

共有点 1つ

$y = -(x^2+2x+1) = -(x+1)^2$ より

$(-1, 0)$

方程式を解くのと一緒！

(3) $y = 2x^2 + 2x + 5$

$D/4 = 1 - 2\cdot 5 = -9 < 0$ より．

共有点 0個

(4) $y = 2x^2 - 5x + 3$

$D = 25 - 4\cdot 2\cdot 3 = 25 - 24 = 1 > 0$ より．

共有点 2個

$y = (2x-3)(x-1)$ より

$\left(\frac{3}{2}, 0\right), (1, 0)$

(5) $y = x^2 - x + 1$

$D = 1 - 4\cdot 1\cdot 1 = -3 < 0$ より

共有点 0個

(6) $y = 2x^2 + 4x + 2$

$D/4 = 4 - 2\cdot 2 = 0$ より．

共有点 1個

$y = 2(x^2+2x+1) = 2(x+1)^2$ より

$(-1, 0)$

Column コラム && オプション問題

二次方程式の判別式 $D = b^2 - 4ac$ を二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフから考察してみよう。

$y = ax^2 + bx + c$ を平方完成すると、$y = a\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a}$ となり、頂点の y 座標の分母に判別式 D が現れる。ここから場合分けして考える。

[1] $D = 0$ のとき、頂点の y 座標が 0 より、接する

[2] $a > 0$ のとき頂点の y 座標の分母は正だから、分子の正負によって、頂点の y 座標の正負が決まる。
（分数の前の"—"に注意！）よって、

① $D > 0$ のとき、頂点の y 座標は負(x軸より下にある)より、グラフは X 軸と 2 点で交わる。

② $D < 0$ のとき、頂点の y 座標は正(x軸より上にある)より、グラフは X 軸と共有点をもたない。

[問題]

[3] $a < 0$ のとき、判別式と共有点の個数の関係が成り立つことを示せ。
（hint! $a < 0$ なら、グラフも[2]とは逆になることに注意）