このプリントは【基礎数学】向けだよ！

展開の公式 part I

積→和［展開］を完璧に！

公式とその証明 part I

“展開する”とは、いくつかの整式の積の形の式を一つの整式の形に表すこと。まあ、簡単に言うと、分配法則 $m(a+b)=ma+mb$ の m の部分が式(or 整式の積)の形になったときに、それも $ma+mb$ のように多項式(和の形)にしようって意味である。

展開公式をどんどん証明していこう！

展開のイメージ

$\alpha\times\beta\times\cdots\times\gamma$ 積の形

▼

$\alpha'+\beta'+\cdots\ +\gamma'$ 和の形

(1) $(a+b)(c+d)$

$=(a+b)M$ ⇦ $c+d$をMとおいた

$=aM+bM$ ⇦ 分配法則

$=a(c+d)+b(c+d)$ ⇦ M を$c+d$に戻す

$=ac+ad+bc+bd$ ⇦ 分配法則

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

(2) $(a+b)^2=(a+b)(a+b)$

$=(a+b)M$ ⇦ 一方の$a+b$をMとおいた

$=aM+bM$ ⇦ 分配法則

$=a(a+b)+b(a+b)$ ⇦ M を$a+b$に戻す

$=a^2+ab+ab+b^2$ ⇦ 分配法則

$=a^2+2ab+b^2$

また、上の公式で b が $-b$ のとき、

$\{a+(-b)\}^2=a^2+2a(-b)+(-b)^2=a^2-2ab+b^2$

(3) $(a+b)(a-b)$

$=(a+b)M$ ⇦ $a-b$をMとおいた

$=aM+bM$ ⇦ 分配法則

$=a(a-b)+b(a-b)$ ⇦ M を$a-b$に戻す

$=a^2-ab+ab-b^2$ ⇦ 分配法則

$=a^2-b^2$

(4) $(x+a)(x+b)$

$=(x+a)M$ ⇦ $x+b$をMとおいた

$=xM+aM$ ⇦ 分配法則

$=x(x+b)+a(x+b)$ ⇦ M を$x+b$に戻す

$=x^2+bx+ax+ab$ ⇦ 分配法則

$=x^2+(a+b)x+ab$ ⇦ 同類項をまとめる

(5) $(ax+b)(cx+d)$

$=(ax+b)M$ ⇦ $cx+d$をMとおいた

$=axM+bM$ ⇦ 分配法則

$=ax(cx+d)+b(cx+d)$ ⇦ M を $cx+d$ に戻す

$=acx^2+adx+bcx+bd$ ⇦ 分配法則

$=acx^2+(ad+bc)x+bd$ ⇦ 同類項をまとめる

$$(ax+b)(cx+d)=\underline{acx^2}+\underline{(ad+bc)x}+\underline{bd}$$

展開公式まとめ part I

(1) $m(a+b)=ma+mb$ ［分配法則］

(2) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

(3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ［和と差の積］

(4) $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

(5) $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

証明も理解して、応用に対応できるようにしよう！

【練習問題で in.→out.】次のページへ

練習問題で in.→ out.

展開の公式 part1

1min. → out.

Q 次の問題に答えて、知識をアウトプットしよう！！

問題1

次の掛け算を展開公式を用いて楽に計算しよう

(1) 825×775

(2) 190^2

問題2

次の式を展開せよ

(1) $5a(b+c)$

(2) $\frac{1}{4}(8x+2)$

(3) $(x+a)^2$

(4) $(b-c)^2$

(5) $(2x+1)^2$

(6) $\left(3x-\frac{a}{2}\right)^2$

(7) $(x+b)(x-b)$

(8) $(3+a)(-a+3)$

(9) $(2b+3)(4a+c)$

(10) $(2x+1)(x+3)$

(11) $(3x-y)(x+2y)$

(12) $(ab+2)(ab-4)$

(13) $2(2x+4)(2x+1)$

(14) $(x-2)(x+2)(x^2+4)$

(15) $(x-1)^2(2x+3)$