このプリントは【初等幾何】向けだよ！

角の二等分線の定理の逆(内角 ver.) 1min.

比の等しい線分 ⇒ 角の二等分線が出現

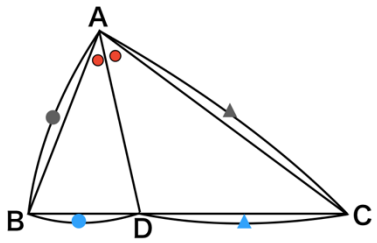
「角が二等分されると比の等しい線分が出現する」角の二等分線の定理だったが、その逆も成立する。つまり、「比の等しい線分に注目すると、角の二等分を発見できる」（ことがある）ということだ。具体的に定理とその証明を見てみよう。

証明の流れは角の二等分線の定理の逆をやっただけなので、自分でも証明してみよう！

［定理］

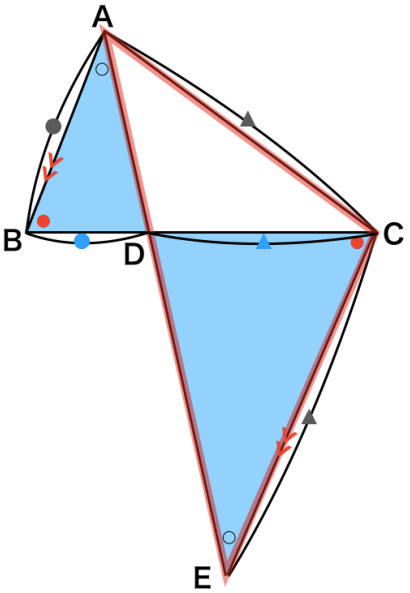
$\triangle ABC$ で、$AB : AC = BD : CD$ のとき、

$\angle BAD = \angle CAD$



［証明］----------

図のように、点 C から AB に平行な直線を引き、AD の延長との交点を E とする。



AB // CE で、錯角が等しいため、

$\angle BAD = \angle CED$ ・・・①（上と下の白丸）

$\angle ABD = \angle ECD$ ・・・②（赤丸）

①, ②より、2 つの角が等しいため、

$\triangle ABD \backsim \triangle$ ECD ・・・③（青い三角形）

また、③の 2 つの三角形の相似比は$BD : CD$であるため、

$BD : CD = AB : CE$ ・・・④（丸：三角）

条件より、

$BD : CD = AB : AC$ ・・・⑤（丸：三角）

④, ⑤より、

$AB : CE = AB : AC$・・・⑥

⑥より

$CE = AC$ ・・・⑦（赤枠三角形の 2 辺）

⑦から、$\triangle$ AECは二等辺三角形であるため、その底角は等しいため、

$\angle CED = \angle CAD$・・・⑧

①, ⑧より、

$\angle BAD = \angle CAD$

辺の比の情報が仮定として与えられた時には、どれが仮定でどれが結論なのかがわかりにくくなるので、一つ一つしっかり確認しよう！

【練習問題で in.→out.】次のページへ