

1. 集合  $A, B, C$  を次のように定めるとき、下の各問いに答えよ.

$$A = \{x \mid 2x^2 + 5x + 2 < 0\}, B = \{x \mid -x^2 - 2x - 1 < 0\}, C = \{x \mid x^3 + 2x^2 - 5x - 6 \geq 0\}$$

- (a)  $A \cap B$
- (b)  $\overline{A \cup C}$
- (c)  $(\overline{A \cup C}) \cap \overline{B}$
- (d)  $\overline{A \cup C}$
- (e)  $\overline{B} \cap (A \cup \overline{C})$

2.  $x, y, z$  が実数のとき、次の空欄に「必要」「十分」「必要十分」「何れでもない」のいずれかを記入せよ.

- (a) 「 $x > 0$  かつ  $y < 0$ 」は、 $xy < 0$  であるための ( ) 条件
- (b)  $x = y = 0$  は、「 $xy = 0$  かつ  $x + y = 0$ 」であるための ( ) 条件
- (c)  $\angle A = \frac{\pi}{2}$  は、 $\triangle ABC$  が鋭角三角形であるための ( ) 条件
- (d)  $xy - y^2 - xz + yz = 0$  は、 $x = y = z$  であるための ( ) 条件

3. 次の命題の逆、裏、対偶を述べ、その真偽を答えよ.

$$「x \neq 2 \rightarrow x^2 - 5x + 6 \neq 0」$$

4. 次の事柄を証明せよ. ただし、[ ] 内の方法を用いること.

- (a)  $a$  が実数のとき、 $a^3$  が 3 の倍数ならば、 $a$  も 3 の倍数である [対偶]
- (b)  $\sqrt[3]{3}$  は無理数である [背理法]

5. 次の三角形  $ABC$  の各辺の長さを求め、その形状を答えよ. また、その重心  $G$ ・外心  $O$ ・垂心  $H$  をそれぞれ求めよ.

- (a)  $A(3, 0), B(0, -1), C(1, 2)$
- (b)  $A(1, -3), B(7, 5), C(-7, 3)$
- (c)  $A(-4, 4), B(-2, 2), C(2, 6)$
- (d)  $A(a, 3a), B(a, a), C(a + \sqrt{3}a, 2a)(a > 0)$

6. 座標平面上に  $A(-1, 4), B(3, 2)$ , 直線  $l: 2x + y - 2 = 0$ ,  $l': (k + 2)x + (2k - 3)y = 5k - 4$  とがあるとき、以下の各問いに答えよ.

- (a)  $A, B$  を 1 : 2 の比に外分する点  $M$  を求めよ.
- (b)  $A, B$  をある比に内分した点  $N$  の座標が  $(\frac{5}{7}, \frac{22}{7})$  であったとき、その比を求めよ.
- (c) 直線  $l$  に対して、点  $B$  と対称な点  $B'$  を求めよ.
- (d)  $A, B$  からの距離が等しい点  $P$  を  $x$  軸上にとるとき、その座標を求めよ.
- (e) 点  $A$  を通り、次の条件を満たす直線の方程式を求めよ.
  - i. 点  $B$  を通る
  - ii. 直線  $l$  に平行
  - iii. 直線  $l$  に垂直
- (f) 直線  $l'$  は  $k$  の値によらず、定点  $Q$  を通る. その定点  $Q$  の座標を求めよ.
- (g) 直線  $l'$  が  $l$  と平行であったとき、 $l$  と  $l'$  との距離を求めよ.
- (h) 直線  $l'$  が点  $AB$  を結ぶ線分と交わるような  $k$  の値の範囲を定めよ.
- (i)  $AB$  を延長した直線  $AB$  を考える. このとき、 $AB$  と  $l, l'$  が三角形を作らないような定数  $k$  の値を定めよ.

7. 座標平面上に平行四辺形  $PQRS$  がある.  $P(4, 5), Q(2, 1)$ , 対角線の交点が  $(6, \frac{7}{2})$  のとき、次の各問いに答えよ.

- (a)  $R, S$  の座標を求めよ.
- (b) 平行四辺形  $PQRS$  の面積を求めよ.
- (c) ここで点  $A$  をとり、三角形  $PAQ$  を作る. この三角形が平行四辺形  $PQRS$  と同じ面積となるようにしたとき、点  $A$  の描く図形はどのように表されるか. 1 つの式で表せ.