

1. 集合 A, B, C を次のように定めるとき、下の各問いに答えよ.

$$A = \{x \mid 2x^2 + 5x + 2 < 0\}, B = \{x \mid -x^2 - 2x - 1 < 0\}, C = \{x \mid x^3 + 2x^2 - 5x - 6 \geq 0\}$$

- (a) $A \cap B$
- (b) $\overline{A \cup C}$
- (c) $\overline{A \cup C} \cap \overline{B}$
- (d) $\overline{A \cup C}$
- (e) $\overline{B} \cap \{A \cup C\}$

2. x, y, z が実数のとき、次の空欄に「必要」「十分」「必要十分」「何れでもない」のいずれかを記入せよ.

- (a) 「 $x > 0$ かつ $y < 0$ 」は、 $xy < 0$ であるための () 条件
- (b) $x = y = 0$ は、「 $xy = 0$ かつ $x + y = 0$ 」であるための () 条件
- (c) $\angle A = \frac{\pi}{2}$ は、 $\triangle ABC$ が鋭角三角形であるための () 条件
- (d) $xy - y^2 - xz + yz = 0$ は、 $x = y = z$ であるための () 条件

3. 次の命題の逆、裏、対偶を述べ、その真偽を答えよ.

$$「x \neq 2 \rightarrow x^2 - 5x + 6 \neq 0」$$

4. 次の事柄を証明せよ. ただし、[] 内の方法を用いること.

- (a) a が実数のとき、 a^3 が 3 の倍数ならば、 a も 3 の倍数である [対偶]
- (b) $\sqrt[3]{3}$ は無理数である [背理法]

5. 次の三角形 ABC の各辺の長さを求め、その形状を答えよ. また、その重心 G ・外心 O ・垂心 H をそれぞれ求めよ.

- (a) $A(3, 0), B(0, -1), C(1, 2)$
- (b) $A(1, -3), B(7, 5), C(-7, 3)$
- (c) $A(-4, 4), B(-2, 2), C(2, 6)$
- (d) $A(a, 3a), B(a, a), C(a + \sqrt{3}a, 2a)(a > 0)$

6. 座標平面上に $A(-1, 4), B(3, 2)$, 直線 $l: 2x + y - 2 = 0$, $l': (k + 2)x + (2k - 3)y = 5k - 4$ とがあるとき、以下の各問いに答えよ.

- (a) A, B を 1 : 2 の比に外分する点 M を求めよ.
- (b) A, B をある比に内分した点 N の座標が $(\frac{5}{7}, \frac{22}{7})$ であったとき、その比を求めよ.
- (c) 直線 l に対して、点 B と対称な点 B' を求めよ.
- (d) A, B からの距離が等しい点 P を x 軸上にとるとき、その座標を求めよ.
- (e) 点 A を通り、次の条件を満たす直線の方程式を求めよ.
 - i. 点 B を通る
 - ii. 直線 l に平行
 - iii. 直線 l に垂直
- (f) 直線 l' は k の値によらず、定点 Q を通る. その定点 Q の座標を求めよ.
- (g) 直線 l' が l と平行であったとき、 l と l' との距離を求めよ.
- (h) 直線 l' が点 AB を結ぶ線分と交わるような k の値の範囲を定めよ.
- (i) AB を延長した直線 AB を考える. このとき、 AB と l, l' が三角形を作らないような定数 k の値を定めよ.

7. 座標平面上に平行四辺形 $PQRS$ がある. $P(4, 5), Q(2, 1)$, 対角線の交点が $(6, \frac{7}{2})$ のとき、次の各問いに答えよ.

- (a) R, S の座標を求めよ.
- (b) 平行四辺形 $PQRS$ の面積を求めよ.
- (c) ここで点 A をとり、三角形 PAQ を作る. この三角形が平行四辺形 $PQRS$ と同じ面積となるようにしたとき、点 A の描く図形はどのように表されるか. 1 つの式で表せ.