このプリントは【基礎数学】向けだよ！

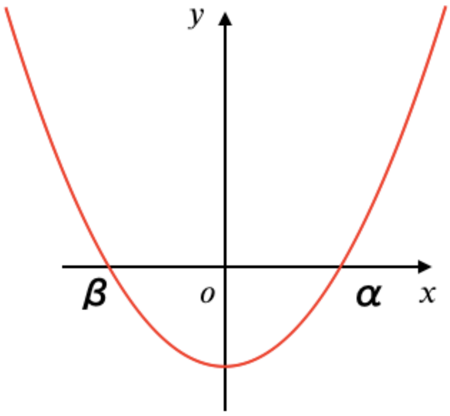
二次関数と二次方程式

二次関数と二次方程式の関係をつかむ！

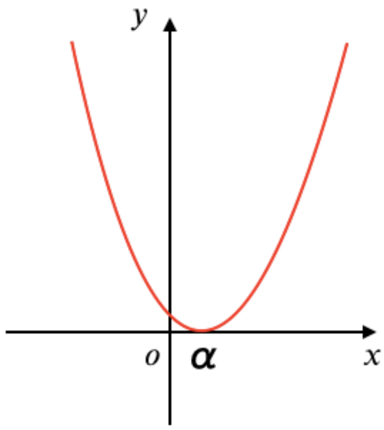
1 グラフとX軸との共有点・・？

ある二次関数のグラフを書いてみる。そのグラフを X 軸との共有点（交わっている点）との関係で分類すると、以下の３つに分けることができるのがわかる。

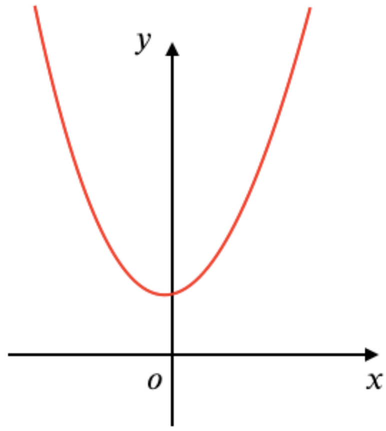
[１]２点で交わる



[2]１点で交わる(接する)



[３]交わらない



上の図はすべて、下に凸だが、上に凸の場合も、上の図をすべて反転させればいいから、どんなグラフも、上の３種類に大別できる。それぞれの状態を整理しよう。

［1］グラフとＸ軸が２つの共有点をもつ　→　α，β の２点で交わる

［2］グラフとＸ軸が１つの共有点をもつ　→　α の１点で接する

［3］グラフとＸ軸が０つの共有点をもつ　→　交わらない（共有点をもたない）

2 共有点の数と二次方程式の関係

じゃあ、共有点（上の例の α や β）はどうやって求めたらいいだろうか。$y = ax^2 + bx + c$ の y の値が０になるときの x だから、$0 = ax^2 + bx + c$ の方程式を x について解いてやれば、α と β が求まる！（「二次方程式」を参照）　二次方程式を解くと、その解は、[1]解が２つ [2]二重解 [3]実数解なし(虚数解) の３パターンに分けられる。そして、それぞれ判別式 $D = b^2 - 4ac$ (1 次の係数が偶数のとき、$D/4 = b'^2 - ac$) で判別できる。この３パターンはそれぞれ上の[1]~[3]に対応しているのがわかるだろうか。下にまとめてみよう。

二次関数と二次方程式の関係　（判別式 $D = b^2 - 4ac$ または $D/4 = b'^2 - ac$）

[1] $D > 0$ のとき、解が２つ(α，β)出てくる → $y = 0$ の x が２つ存在する → グラフはＸ軸と２点で交わる

[2] $D = 0$ のとき、解が１つ(α)出てくる → $y = 0$ の x が１つのみ存在する → グラフはＸ軸に接する

[3] $D < 0$ のとき、実数解は存在しない → $y = 0$ の x は実数の範囲に存在しない → グラフは交わらない

つまり、判別式をとることで、グラフとＸ軸との共有点の数がわかるのだ！

【練習問題で in.→out.】次のページへ