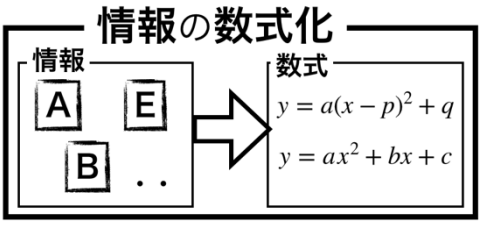
このプリントは【基礎数学】向けだよ！

二次関数の決定

1min.

限られた情報から二次関数を求める！

✻ 二次関数を求めるには・・・



与えられた情報から二次関数を求めるにはどうすればいいだろう。

まず、どんな情報が与えられたとき、どんな風に数式化すればいいかを見ていこう！

＊方針＊

与えられた情報→$y=ax^2+bx+c$（一般形）の形か

$y=a(x-p)^2+q$（標準形）の形のどちらかに置き換えることを考える。

＊その１＊ 与えられた情報：頂点 → 標準形

例１）頂点の座標が（4，5）である放物線

$y=a(x-p)^2+q$ の (p,q) が（4, 5）であると言えるから、$y=a(x-4)^2+5$と書ける。

→→まだaの情報がわからないが、頂点の情報だけからは、ここまでしか予測できない。

＊その２＊ 与えられた情報：平行移動する前の放物線 → 標準形

例２） $y=2x^2+2x+1$ の放物線を平行移動した放物線

$y=a(x-p)^2+q$（または$y=ax^2+bx+c$）のaの値は平行移動する前の放物線と変わらないから、$y=2(x-p)^2+q$（または$y=2x^2+bx+c$）と表せる。

→→ 頂点の情報だったり、いくつ平行移動したのかの情報が与えられれば、解ける。

＊その３＊ 与えられた情報：通っている座標 → 標準形 or 一般形（どっちでもいい）

例３）点（1, 1）を通る放物線

$y=a(x-p)^2+q$ （または$y=ax^2+bx+c$）において、$x=0,\ y=1$を代入した式を考えればいいから、$1=a(1-p)^2+q$（または$1=a\cdot1^2+b\cdot1+c$）と表せる。

→→ たった一点の情報だから、他の情報に合わせて、

標準形にするか、一般形にするかを自由に決めよう！

例４）点（1, 1），(3, 7），(0,1）を通る放物線

$y=ax^2+bx+c$ において、それぞれの点をx,yを代入した式を考える。

$$\begin{cases} 1=a\cdot1^2+b\cdot1+c \\ 7=a\cdot3^2+b\cdot3+c \\ 1=a\cdot0^2+b\cdot0+c \end{cases}$$

上の連立方程式を解けば、放物線を求めることができる！（「連立方程式」を参照）

＊まとめ＊

つまり、問題が与えられたら、まず、その情報を整理し、二次関数の標準形か一般形を考える。次に、その情報を１～３の方法で数式に直す。あとは、未知となっている定数（a,b,cなど）を求めて、求めたい二次関数を完成させるのだ！

裏面でたくさん練習しよう！

【練習問題で in.→out.】次のページへ

練習問題で in.→ out.

二次関数の決定

1min. out.

Q 次の問題に答えて、知識をアウトプットしよう！！

問題１

次の二次関数に関する情報をできる限り数式に直せ（標準形でも一般形でもよい）
ただし、未知数は次のようにおいておく。標準形：$y = a(x-p)^2 + q$ ，一般形：$y = ax^2 + bx + c$

(1) $y = -2x^2 + 6x$ を平行移動した放物線

(2) 点(3, 5), (2, 6)を通る放物線

(3) 軸が$x = 2$ である放物線

(4) $(2, 4)$ を頂点にもつ$y = x^2$ を平行移動した放物線

(5) 点(3, 22), (1, 2), (-2, 17)を通る放物線
※解かなくてよい。

問題２

次の条件を満たす二次関数を求めよ。

(1) $y = -2x^2$を平行移動した放物線で
$(1, 1)$, $(0, -1)$を通る

(2) 点$\left(-1, \frac{5}{2}\right)$, $(2, 1)$, $(4, -10)$を通る放物線